

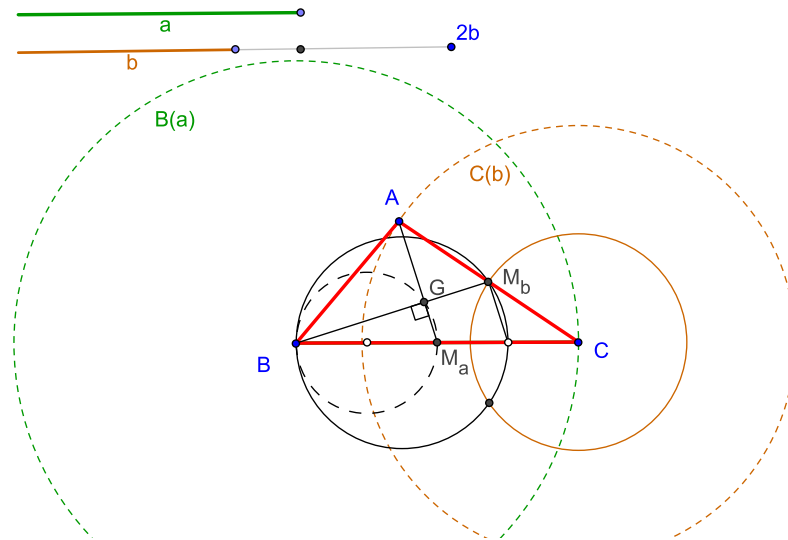
Construir un triángulo ABC conociendo las longitudes de los lados BC y CA y tal que las medianas relativas a estos lados son perpendiculares.

SOLUCIÓN:

Problema propuesto en "1962 All-Soviet Union Olympiad" 6

Con el siguiente enunciado:

Given the lengths AB and BC and the fact that the medians to those two sides are perpendicular, construct the triangle ABC .



Hoja dinámica GeoGebra

Trazamos un segmento BC de longitud a , dada. Con centro en C , trazamos la circunferencia $C(b)$ de radio b , dado. Debemos encontrar el vértice A del triángulo a construir ABC , sobre esta circunferencia.

La mediana AM_a (M_a el punto medio de BC) y la mediana por el vértice B han de formar un ángulo recto, por lo que el baricentro G debe estar sobre la circunferencia de diámetro BM_a y, en consecuencia, el punto medio M_a del lado de AC estará sobre su circunferencia homotética, mediante la homotecia de centro B y razón $3/2$, y sobre la circunferencia $C(a/2)$. Estas dos últimas circunferencias se intersecan si $4a > 2b > a$.